

**Симплициальные поверхности**

26.02.2018

*Симплициальным многообразием* называется симплициальный комплекс, у которого звезда каждой вершины (то есть совокупность всех симплексов, содержащих её) гомеоморфна шару. Поверхностью мы называем двумерное многообразие.

*Валентность* вершины симплициальной поверхности — это количество граней, содержащих её. Вершина называется *регулярной*, если её валентность равна шести.

**ГКП2♦1.** Для многогранника (без ручек), у которого  $V$  вершин,  $E$  рёбер и  $F$  граней, докажите *формулу Эйлера*  $V - E + F = 2$ .

**ГКП2♦2.** Для симплициальной поверхности (ориентируемой, без края) с  $g$  ручками, у которой  $V$  вершин,  $E$  рёбер и  $F$  граней, докажите *формулу Эйлера–Пуанкаре*:

$$V - E + F = 2 - 2g.$$

**ГКП2♦3.** Докажите, что если каждая вершина симплициальной поверхности (связной, ориентируемой, без края) регулярна, то эта поверхность — тор, т.е.  $g = 1$ .

**ГКП2♦4.** Докажите, что при  $g \geq 2$  есть хотя бы одна нерегулярная вершина, а при  $g = 0$  — хотя бы четыре.

**ГКП2♦5.** Докажите, что *средняя валентность* стремится к 6 при увеличении числа вершин в триангуляции поверхности, и отношение  $V : E : F$  вершин к рёбрам к граням приближается к  $1 : 3 : 2$ .